

BINOMIAL VERTEILUNG

-1-

Musterbeispiel: Multiple-choice-Test

5 Fragen mit je 4 Antwortmöglichkeiten,
genau eine Antwortmögl. je Frage ist anzukreuzen.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
0, 1, 2, 3, 4, 5 Fragen durch
zufälliges Ankreuzen richtig beantwortet
werden?

Begriffe: Einzelvorgang: Frage ankreuzen

→ Erfolg = Frage richtig beantwortet

Erfolgswahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{4} = 0,25$

Zufallsexperiment (ZFE):

$n = 5$ Fragen beantworten

(Einzelvorgang 5 mal unabh. wiederholen)

Parameter: $n = 5$
 $p = 0,25$

Zufallsvariable:

$X =$ Anzahl der richtig beantw. Fragen
(= Anzahl der Erfolge)

0, 1, 2, 3, 4, 5 = n

Frage:

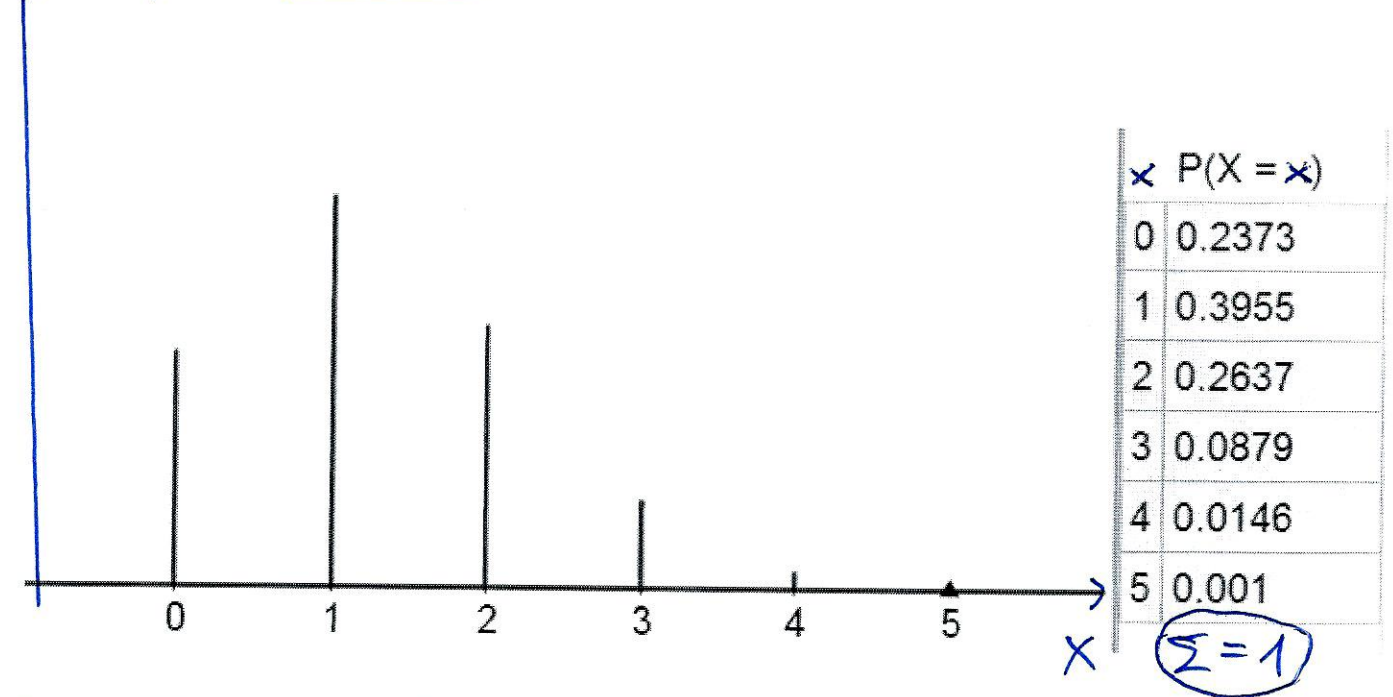
Mit welcher Wahrscheinlichkeit treten
die einzelnen X-Werte auf?
(nachdem das ZFE = „5-Fragen beantworten“
durchgeführt wurde?)

alle Wahrscheinlichkeiten berechnen:

-3-

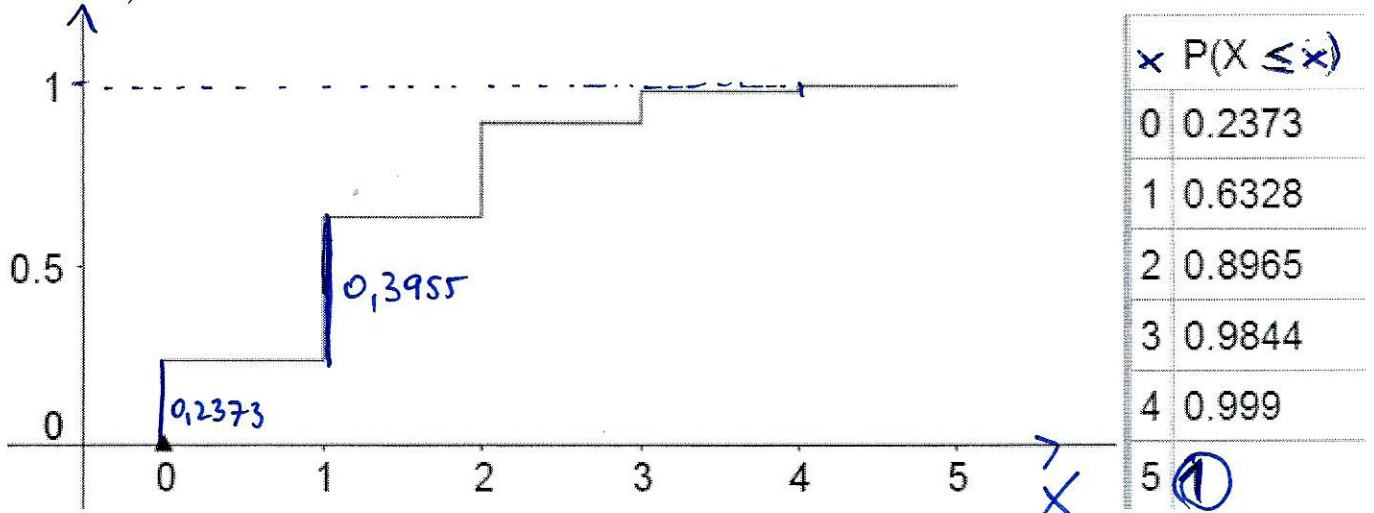
Tabelle: Werte „per Hand“ bzw. mit
TV (Technologieunterstützung: Geogebra,...)

$f(x)$ Wahrscheinlichkeitsfunktion



→ Begriff: Verteilungsfunktion (VF): $F(x)$
 $F(x) = P(X \leq x) = f(0) + f(1) + \dots + f(x)$
 „höchstens x richtig“

$F(x)$ Verteilungsfunktion



Erwartungswert: $E(X)$, μ

Frage: Wie viele richtig beantwortete Fragen sind zu erwarten?

→ Erwartungswert bzw. Mittelwert

Für jede W.-Verteilung gilt:

$$\mu = E(X) = \sum f(x) \cdot x$$

Für die Binomialverteilung kann gezeigt werden

$$\boxed{\mu = E(X) = n \cdot p} = 5 \cdot 0,25 = \underline{1,25} \text{ richtig beantw. Fragen}$$

vgl.: mit 25%-iger W. wird jede Frage richtig beantw.
→ man erwartet dass 25% der 5 Fragen richtig beantwortet werden: $5 \cdot 0,25 = 1,25$

Varianz $\sigma^2 = V(X)$, Standardabweichung $\sigma = \sqrt{V(X)}$:

Für jede W.-Verteilung gilt: $\sigma^2 = \sum f(x)(x - \mu)^2$

Für die Binomialverteilung gilt:

$$\boxed{\sigma^2 = V(X) = n \cdot p(1-p)} = 5 \cdot 0,25 \cdot 0,75 = \underline{0,9375}$$

$$\underline{\sigma = \sqrt{V(X)} = \sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{5 \cdot 0,25 \cdot 0,75} = \underline{0,968}}$$

Es gilt:

- Die größten Wahrscheinlichkeiten liegen um μ
- Wahrscheinlichkeiten außerhalb $\mu \pm 3\sigma$ sind praktisch Null