Statistische Tests

Ziel ist die Überprüfung von **Hypothesen** durch eine (meist kleine) Anzahl vorliegender empirischer Daten. **Hypothesen** sind **Vermutungen** über uns unbekannte, aber existente **Parameter** (μ , σ, p , …) von **Wahrscheinlichkeitsverteilungen**, die eine **Grundgesamtheit** von Zahlenwerten beschreiben.

Eine Hypothese lautet etwa: Für die normalverteilten Messwerte einer physikal. Größe gilt: μ =12cm, σ =1,5cm .
*Mit einem **t-Test** bzw. **F-Test** (im Rahmen einer Varianzanalyse) überprüft man z.B. die Hypothese, dass 2 bzw. mehrere Stichproben aus der **gleichen normalverteilten Grundgesamtheit** stammen.*

Allgemeine Vorgangsweise: Das insgeheime Ziel eines Stat. Tests ist das „Absichern" eines **Effektes** (Unterschiedes) durch die vorliegenden empirischen Daten des Versuches *(z.B siehe oben.: $\mu \neq 12$cm).*
Dennoch nimmt man zunächst an, dass **kein Effekt** auftritt:

- **Aufstellen der <u>Nullhypothese</u> (H_0)**
  Die Nullhypothese besagt, dass jeder auftretende Unterschied zufällig ist (kein Effekt)
  (z.B.: 2 Stichproben stammen aus normalverteilten Grundgesamtheit mit gleichem Mittelwert.
  Nullhypothese: H_0: $\mu_1 = \mu_2$)

- **Wahl der geeigneten <u>Teststatistik</u> (Prüfzahl) T**
  Sie wird aus den Werten der empirischen Daten (= Stichprobe(n)) errechnet. Durch T entscheidet man, ob die Werte der Stichprobe(n) zur Nullhypothese „passen".
  Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von T (**Testverteilung**) muss **bekannt** sein
  (z.B.: T = z-, t- , F-, χ^2-Wert, u.a. -> z-Verteilung(=NV), t-Verteilung, F-Verteilung…)

- **Festlegung des <u>Signifikanzniveaus</u> α** (übliche Werte: α =0.05 bzw 0.01)
  Eine große Abweichung des T-Wertes von (unter H_0) „üblich" zu erwartenden T-Werten lassen H_0 eher falsch erscheinen! Gehört der T-Wert zum α -Anteil der größten (bzw. größten und kleinsten) T-Werte, so spricht man von einer **signifikanten Abweichung** und lehnt H_0 ab. Ist H_0 aber in Wirklichkeit richtig, so hätte man eine Fehlentscheidung gemacht! Einen **Fehler 1. Art** begeht man, wenn H_0 abgelehnt wird, obwohl sie richtig ist (Irrtumswahrscheinlichkeit = α). Dieser Fehler soll klein gehalten werden!

- **<u>Kritischen Wert</u> aus Wahrscheinlichkeitsverteilung von T ermitteln: T_{krit}**
  T_{krit} ist jener Wert, für den gilt: $p(T > T_{krit}) = \alpha$ (Grenze des α -Anteils der größten T-Werte)
- **<u>Test durchführen und T berechnen</u>**

- **H_0 <u>annehmen</u> oder <u>ablehnen</u>**
  $T \leq T_{krit} \Rightarrow$ H_0 annehmen $T > T_{krit} \Rightarrow$ H_0 ablehnen (ein Effekt tritt ein)
  H_0 kann durch ihre Annahme nicht bewiesen werden! Durch die Stichprobe(n) gibt es lediglich keinen Grund, H_0 abzulehnen!

<u>Freiheitsgrad</u> FG:
Bei der Errechnung der Teststatistik (t- , F-, χ^2-Wert, u.a.)
treten **Summen von Abweichungsquadraten** vom entspr. Mittelwert auf. Alle Abweichungen, bis auf eine (z.B.: die letzte) sind zufällig. Diese kann nicht mehr frei gewählt werden, da für die **Summe der Abweichungen** vom Mittelwert (immer) **= 0** gilt. Der FG ist daher um 1 kleiner als die Anzahl der vorkommenden Abweichungsquadrate vom entspr. Mittelwert.
Bsp.: x-Werte: 1 , 3 , 4 , 12 $\Rightarrow$ Mittelwert=5. Abweichungen vom Mittelwert: (1-5)= - 4 , (3-5)= - 2 , (4-5) = - 1 , (12-5)= 7 . Die letzte Abweichung ist **nicht** mehr frei wählbar , da die Summe 0 ergibt: (- 4)+(- 2)+(- 1) +letze Abw. = 0. Daher ist der FG = 4 – 1 =3,
daher allg. Regel (auch wenn mehrere Mittelwerte auftreten, wie z.B. F-Test bei der ANOVA):

FG = <u>Anzahl</u> der betrachteten <u>Messwerte</u> minus <u>Anzahl</u> der zugehörigen <u>Mittelwerte</u>