

Exponentielles Wachstum, exponentieller Zerfall

(vor jeder Rechnung ist die Exponentialfunktion aufzustellen)

- 1) Die Keime in der Kuhmilch vermehren sich exponentiell. Die Anfangskeimzahl einer best. Milchmenge ist $24\,000\text{ E/cm}^3$, nach 8 Stunden sind es $2,56 \cdot 10^6\text{ E/cm}^3$.
 - a) Nach wie vielen Minuten verdoppelt sich die Keimzahl? (71 Min)
 - b) Wie viele Keime gibt es nach 1 Stunde? (43000 E)
- 2) Von 25g des radioaktiven Kohlenstoffisotops C^{14} sind nach 11 460 Jahren nur noch 6,25g vorhanden.
 - a) Wie viel sind nach 20 000 Jahren übrig? (2,2 g)
 - b) Wie groß ist die Halbwertszeit? (5730 J)
 - c) Berechne den Promillesatz des jährlichen Zerfalls! (0,12‰)
- 3) Ein Pendel bleibt (scheinbar) stehen, wenn die Amplitude auf 5% des Ausgangswertes zurückgegangen ist. Wie viele Schwingungen führt das Pendel bis dahin durch, wenn jede Schwingung um 2% gedämpft wird. (148)
- 4) Eine Bakterienkultur wächst in 7 Stunden von 20 000 auf 200 000 Einheiten an.
 - a) Wie groß ist die stündliche Wachstumsrate in %? (39%)
 - b) Wie viele Einheiten sind nach 24 Stunden zu erwarten? ($5,4 \cdot 10^7$)
 - c) Wann sind es 70 000 Einheiten? (3,8 h)
 - d) Berechne die Verdopplungszeit!
- 5) Das Licht verliert beim Durchgang durch eine 3cm dicke Glasplatte ein Viertel seiner Intensität. Wie groß ist die prozentuelle Lichtintensität nach Durchdringen von 2 bzw. 10 Glasplatten gleicher Stärke? (56,3% / 5,6%)
Wie dick müsste eine Platte sein, die nur mehr 5% des ursprünglichen Lichtes durchlässt? (32 cm)
- 6) Der Luftdruck nimmt mit zunehmender Höhe eines Ortes ab, und zwar sinkt er jeweils für 5500m auf die Hälfte. Auf Meeresniveau werden durchschnittlich 1013 mbar gemessen.
 - a) Stelle den Zusammenhang in einer Formel dar!
 - b) Wie hoch ist der durchschnittliche Luftdruck in Wieselburg (256m), am Großglockner (3798m), am Mt.Everest (8848m)? (981/628 / 332 mbar)
 - c) Wie hoch liegt ein Ort mit durchschnittlich 943 mbar? (568 m)
 - d) Berechne die durchschnittliche Abnahme des Drucks von 0 auf 100m bzw. von 2000 auf 2100m? (Höhenmessung mit Barometer!) (25.2/9.9mbar)
 - e) Man startet in 2000m und misst (bei gleichbleibenden Wetterverhältnissen) nach einer Gehzeit von 6 Stunden 788 mbar. Welchen Höhenunterschied hat man bewältigt? (ca. 7m)
- 7) Die Holzmenge in einem Jungwald nimmt nahezu exponentiell zu. Wie viele Jahre dauert es, bis sich die Holzmenge verdoppelt, wenn man von 2,5% jährlichen Zuwachs ausgeht? (28 J)
- 8) Eine Bakterienart verdoppelt sich bei bestimmten Umweltbedingungen durch Zellteilung im Mittel alle 3 Minuten. Nach welcher Zeit werden aus einer Bakterie 100 000 Bakterien? (50 Min)
- 9) Von 120g Radium sind nach 15 Jahren noch 119,17g erhalten.
 - a) Wie groß ist die Halbwertszeit? (1498 J)
 - b) Wie viel g Radium sind nach 100 Jahren noch erhalten? (114,6 g)
 - d) Berechne die prozentuelle Abnahme für jeweils 100 Jahre!
 - c) Wie lange dauert es bis nur mehr 100 g vorhanden sind? (394 J)

Exponentielles Wachstum, exponentieller Zerfall

Ausführl Lösung zu Nr 6

$$p(h) = 1013 \cdot a^h$$

----- (a) -----

$$0.5 = a^{5500}$$

$$a = \sqrt[5500]{0.5} = 0.999874$$

$$p(h) = 1013 \cdot 0.999874^h \quad h \text{ in m}$$

----- (b) -----

$$p(256) = 1013 \cdot 0.999874^{256} = 980.8 \text{ mbar}$$

$$p(3798) = 1013 \cdot 0.999874^{3798} = 627.7 \text{ mbar}$$

$$p(8848) = 1013 \cdot 0.999874^{8848} = 332.2 \text{ mbar}$$

----- (c) -----

$$943 = 1013 \cdot 0.999874^h$$

$$0.930898 = 0.999874^h$$

$$h = \frac{\lg(0.930898)}{\lg(0.999874)} = 568.3 \text{ m}$$

----- (d) -----

$$\Delta p = p(0) - p(200) = 1013 - 987.786 = 25.2 \text{ mbar}$$

$$\Delta p = p(2000) - p(2100) = 787.31 - 777.45 = 9.9 \text{ mbar}$$

----- (e) -----

$$p = 1013 \cdot 0.999874^h$$

$$p / 1013 = 0.999874^h$$

$$h(p) = \frac{\lg\left(\frac{p}{1013}\right)}{\lg(0.999874)} \quad \text{Umkehrfunktion}$$

$$h(788) = \frac{\lg\left(\frac{788}{1013}\right)}{\lg(0.999874)} = 1993.31 \text{ mbar}$$

$$\boxed{\text{ca. } 7 \text{ m}} \quad \text{Höhenunterschied}$$