

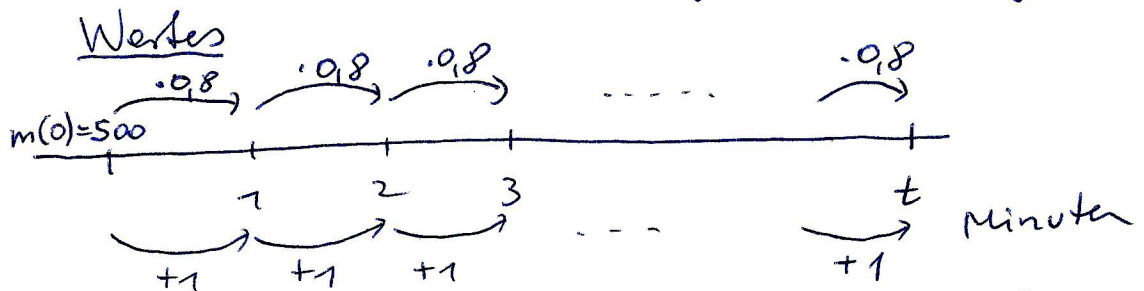
EXPONENTIELLER ZERFALL

2) Radioaktiver Zerfall

Die Zerfallsrate der Masse eines radioaktiven Elementes beträgt 20% pro Minute. Ursprünglich waren 500 g vorhanden

a) Erstelle die exponentielle Zerfallsfunktion

Lösung: Abnahme um 20% pro Minute ergibt 80% (= 0,8-faches) des jeweils vorhergehenden Wertes



$$m(t) = 500 \cdot 0,8^t \quad \text{allg. } m(t) = m(0) \cdot a^t$$

Begriffe: $p = 20\%$ Zerfallsrate (pro Minute)

$a = 0,8$ Zerfallsfaktor

$$(a = 1 - \frac{20}{100} = 1 - \frac{p}{100})$$

b) Berechne die Halbwertszeit

Lösung: $0,5 \cdot m(0) = m(0) \cdot 0,8^t$

$$0,5 = 0,8^t \quad | \lg$$

$$\lg 0,5 = t \cdot \lg 0,8$$

Begriff: $T = \frac{\lg 0,5}{\lg 0,8} = 3,11 \text{ Min.}$ Halbwertszeit

c) Berechne die Zerfallskonstante

Form der exponentiellen Zerfallsfunktion
mit der Euler'schen Funktion:

$$m(t) = m(0) \cdot e^{-k \cdot t}$$

$$e^{-k \cdot t} = (e^{-k})^t$$

vgl a)

$$m(t) = 500 \cdot 0,8^t \Rightarrow 0,8 = e^{-k}$$

Begriff: $k = -\ln 0,8 = \underline{\underline{0,2231 \dots}}$ Zerfallskonstante

d) Berechne die prozentuelle Abnahme
in 10 Minuten

Lösung: $m(10) = m(0) \cdot a^{10}$

$$\text{Abnahme: } m(0) - m(10) =$$

$$m(0) - m(0) \cdot a^{10} =$$

$$m(0) \cdot (1 - a^{10})$$

prozentuelle Abnahme in 10 Minuten

$$P_{10} = \frac{m(0) \cdot (1 - a^{10})}{m(0)} \cdot 100$$

$$P_{10} = (1 - a^{10}) \cdot 100 =$$

Ergebnis: $P_{10} = (1 - 0,8^{10}) \cdot 100 = \underline{\underline{89,3\%}}$

③ Vergleich:

Exponentielle und lineare Abnahme

in 10 Minuten:

exponentielle

Abnahme: 89,3%

lineare

Abnahme: 200% (=20%·10)

↑
Unmöglich!!

allgemein:

exponentielle Abnahme in n Min: $(1 - a^n) \cdot 100\%$

lineare Abnahme in n Min: $(1 - a) \cdot n \cdot 100\%$

④ grafische Darstellung

