

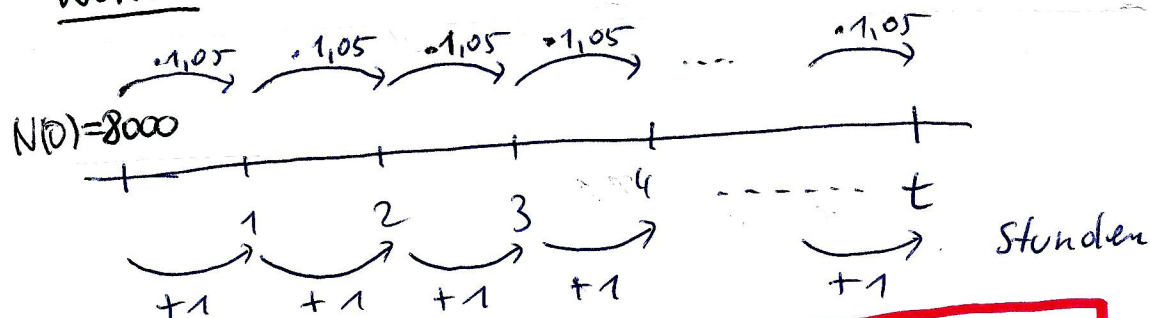
EXPONENTIELLES WACHSTUM

1) Bakterienkultur:

Die Zuwachsrate beträgt 5% pro Stunde
Ursprünglich waren 8000 Bakterien vorhanden.

a) Erstelle die exponentielle Wachstumsfunktion

Lösung: Zunahme um 5% pro Stunde ergibt
105% (= 1,05-faches) des jeweils vorhergehenden
Wertes



$$N(t) = 8000 \cdot 1,05^t$$

$$\text{allg.: } N(t) = N(0) \cdot a^t$$

Begriffe: $p = 5\%$ Zuwachsrate (pro Stunde)
 $a = 1,05$ Wachstumsfaktor
 $\left(a = 1 + \frac{5}{100} = 1 + \frac{p}{100} \right)$

b) Berechne die Verdopplungszeit

Lösung: $2 \cdot N(t) = N(t) \cdot 1,05^t$

$$2 = 1,05^t \quad | \lg$$

$$\lg 2 = t \cdot \lg 1,05$$

Begriff: $T = t = \frac{\lg 2}{\lg 1,05} = 14,2 \text{ Stunden}$ Verdopplungszeit

c) Berechne die Wachstumskonstante

Form der exponentiellen Wachstumsfunktion
mit der Euler'schen Funktion:

$$N(t) = N(0) \cdot e^{k \cdot t}$$

$$e^{k \cdot t} = (e^k)^t$$

vgl. a)

$$N(t) = 8000 \cdot 1,05^t \Rightarrow 1,05 = e^k$$

Begriff: $k = \ln 1,05 = \underline{0,0488}$ - Wachstumskonstante

d) Berechne die prozentuelle Zunahme
in 10 Stunden

$$\text{Lösung: } N(10) = N(0) \cdot a^{10}$$

$$\text{Zunahme: } N(10) - N(0) =$$

$$N(0) \cdot a^{10} - N(0) =$$

$$N(0) \cdot (a^{10} - 1)$$

prozentuelle Zunahme in 10 Stunden

$$P_{10} = \frac{N(0)(a^{10} - 1)}{N(0)} \cdot 100$$

$$P_{10} = (a^{10} - 1) \cdot 100 =$$

$$\text{Ergebnis: } P_{10} = (1,05^{10} - 1) \cdot 100 = \underline{\underline{62,9\%}}$$

(e) Vergleich:
Exponentielle und lineare Zunahme
 in 10 Stunden:
Exponentielle Zunahme: 62,9%
Lineare Zunahme: 50% (= 5% · 10)

allgemein:

exponentielle Zunahme in n Stunden: $(a^n - 1) \cdot 100\%$
lineare Zunahme in n Stunden: $(a - 1) \cdot n \cdot 100\%$

(f) grafische Darstellung

