

Aufgaben : t-Test

- 1) Ein Botaniker behauptet, dass die Blattfläche F des größten Blattes einer bestimmten Pflanze von einer bestimmten Bodeneigenschaft B abhängt. Dazu überprüft er zufällig 20 Pflanzen, die auf einen Boden, der diese Eigenschaft nicht hat (Bodeneigenschaft Null), vorkommen, mit 20 Pflanzen, die auf einen Boden mit B vorkommen. Weitere Informationen sind nicht bekannt.
- schlagen sie einen geeigneten Test für die Überprüfung dieser Tatsache vor.
 - Das Ergebnis des Versuchs lautet: Werte in cm^2

Null	14,3	14,5	14,7	14,3	14,7	14,8	14,2	14,6
B	15	15,2	14,9	14,9	14,8	15,2	15,3	15,3

Verwenden Sie den in a) vorgeschlagenen Test mit Signifikanzniveau = 5% und 1%.

- Angenommen, Mittelwert und Standardabweichung der obigen Varianten (Null und B) haben den selben Wert wie oben, die Anzahl der überprüften Pflanzen ist aber jeweils nur halb so groß. Wie kann sich diese Tatsache auf das Ergebnis auswirken? Geben sie eine Antwort und überprüfen Sie das Ergebnis anschließend rechnerisch.
- 2) Das Ergebnis eines t-Test lautet: $t=2,97 > t_{\text{krit}}=2,03$ bei $\alpha=5\%$. Bewerten Sie jede der folgenden Antworten mit richtig bzw. falsch
- H_0 ist mit 5 %-iger W. falsch
 - H_0 wird abgelehnt, obwohl sie richtig sein könnte
 - Falls H_0 richtig ist, wird sie durch $t=2,97$ abgelehnt. Diese Fehlentscheidung tritt mit 5%-iger W. ein
 - Durch die obige Entscheidung unterscheiden sich die Mittelwerte in der Grundgesamtheit mit 95%-iger W.

Lösungen: ohne Technologieunterstützung

1)a)b) t-Test

	mw	var	sta
1	14.5125	0.0498214	0.223207
2	15.075	0.0392857	0.198206

$$n = 8$$

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{0.223207^2 + 0.198206^2}{2}} = 0.211077 \quad , \quad s_d = \sqrt{\frac{2}{8}} * 0.211077 = 0.105539$$

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d} = \frac{|14.5125 - 15.075|}{0.105539} = \frac{0.5625}{0.105539} = \mathbf{5.3298}$$

$$\alpha = 0.05 \quad (P=0.975)$$

$$FG = 14$$

$$t_{\text{krit}} = \mathbf{2.14479}$$

$$t > t_{\text{krit}} \quad \Rightarrow \quad H_0 \text{ ablehnen}$$

$$\alpha = 0.01 \quad (P=0.995)$$

$$FG = 14$$

$$t_{\text{krit}} = \mathbf{2.97684}$$

$$t > t_{\text{krit}} \quad \Rightarrow \quad H_0 \text{ ablehnen}$$

1)c)

$$n = 4$$

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{0.223207^2 + 0.198206^2}{2}} = 0.211077 \quad , \quad s_d = \sqrt{\frac{2}{4}} * 0.211077 = 0.149254$$

$$t = \frac{\bar{d}}{s_d} = \frac{|14.5125 - 15.075|}{0.149254} = \frac{0.5625}{0.149254} = \mathbf{3.76874}$$

$$\alpha = 0.05 \quad (P = 0.975)$$

$$FG = 6$$

$$t_{\text{krit}} = \mathbf{2.44691}$$

$$t > t_{\text{krit}} \quad \Rightarrow \quad H_0 \text{ ablehnen}$$

$$\alpha = 0.01 \quad (P = 0.995)$$

$$FG = 6$$

$$t_{\text{krit}} = \mathbf{3.70743}$$

$$t > t_{\text{krit}} \quad \Rightarrow \quad H_0 \text{ ablehnen}$$

2)

(a) **falsch!** (H_0 ist objektiv richtig oder falsch, nur wissen wir es nicht. Die Wahrheit über H_0 hängt nicht von unserem Test ab!)

(b) **richtig**

(c) **richtig** (wir hehmen an, dass H_0 richtig ist und schließen daraus etwas für unsere Stichprobe, etwa, dass dann $t = 2.97$ sehr selten auftreten wird, denn die W., dass ein t-Wert > 2.03 ist, beträgt nur 5%! Eher würde ich H_0 ablehnen. Vielleicht ist das auch richtig. Ansonsten würde ich mich mit ca. 5%-iger W. irren!)

(d) **falsch!** (wiederum: die Wahrheit der Nullhypothese hängt nicht von unserem Versuch ab!)

Lösungen: mit Technologieunterstützung

Excel

1b)c)

Zweistichproben t-Test unter der Annahme gleicher Varianzen	alpha=0,05	
	Null	B
Mittelwert	14,5125	15,075
Varianz	0,049821429	0,03928571
Beobachtungen	8	8
Gepoolte Varianz	0,044553571	
Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0	
Freiheitsgrade (df)	14	
t-Statistik	-5,329804277	
P(T<=t) einseitig	5,31342E-05	
Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	1,761310136	
P(T<=t) zweiseitig	0,000106268	
Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2,144786688	

Zweistichproben t-Test unter der Annahme gleicher Varianzen	alpha=0,01	
	Null	B
Mittelwert	14,5125	15,075
Varianz	0,049821429	0,039285714
Beobachtungen	8	8
Gepoolte Varianz	0,044553571	
Hypothetische Differenz der Mittelwerte	0	
Freiheitsgrade (df)	14	
t-Statistik	-5,329804277	
P(T<=t) einseitig	5,31342E-05	
Kritischer t-Wert bei einseitigem t-Test	2,624494068	
P(T<=t) zweiseitig	0,000106268	
Kritischer t-Wert bei zweiseitigem t-Test	2,976842734	