

**Ausführliche Lösungen:** zusätzliche Übungen zu jeder Aufgabe: warum Binomialverteilung?  $X=?$ ,  $f(x)=?$

1) Einzelexperiment: Spiel bewerten

Erfolg: Spiel richtig bewerten,  $p=1/3$

ZFE: Einzelexperiment wird  $n = 12$  mal wiederholt

$X =$  Anzahl der richtig bewerteten Spiele (0, 1, ..., 12)

$$f(x) = P(X = x) = \binom{12}{x} \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{12-x}$$

(a)  $\mu = 12 * \left(\frac{1}{3}\right) = 4$  richtig bewertete Spiele (werden erwartet), ist Mittelwert

(b)

$$P(X \geq 10) = \binom{12}{10} \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \binom{12}{11} \left(\frac{1}{3}\right)^{11} \left(\frac{2}{3}\right)^1 + \binom{12}{12} \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 0.000543804$$

= 0.054 Promille

Per Hand mit:

$$\binom{12}{10} = \binom{12}{2} = \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 66, \dots \text{ oder mit Casio: } 12C10, \text{ usw.,...}$$

(c)

$$P(X=12) = \binom{12}{12} \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1.88168 \times 10^{-6}$$

2) Einzelexperiment: eine (zufällig ausgewählte) Person befragen

Erfolg: Einsatz v A. befürworten,  $p=0.02$

ZFE: Einzelexperiment wird  $n = 250$  mal wiederholt (250 P. befragen)

$X =$  Anzahl der (befragten) Personen, die Einsatz v A. befürworten

$$f(x) = P(X = x) = \binom{250}{x} 0.02^x 0.98^{250-x}$$

(a)

$$P(X=3) = \binom{250}{3} 0.02^3 0.98^{247} = 0.140078$$

$$P(X \leq 3) = \binom{250}{0} 0.02^0 0.98^{250} + \binom{250}{1} 0.02^1 0.98^{249} + \binom{250}{2} 0.02^2 0.98^{248} + \binom{250}{3} 0.02^3 0.98^{247} = 0.262192$$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(0 \leq X \leq 2) = 0.877886$$

(b) ZFE: Einzelexperiment wird  $n =$  mal wiederholt ( $n$  gesucht!)

$$P(X \geq 1) = 0.90 \rightarrow P(X = 0) = 0.10$$

$$P(X=0) = \binom{n}{0} 0.02^0 0.98^n = 0.98^n = 0.1$$

$$n = \frac{(\lg 0.1)}{(\lg 0.98)} = 113.97408559184937 \quad 114$$

3) Einzelexperiment: .....

Erfolg: .....,  $p=200/1000=0.2$

ZFE: Einzelexperiment wird  $n = 4$  mal wiederholt (Ziehen mit zurücklegen!)

$X$  = Anzahl der gelben Zw. in der Stichprobe

a) Siehe extra Blatt!

b) In der Grundgesamtheit sind 20% ( $p=0.2$ ) gelb, in der Stichprobe sollten auch 20% gelb sein (Stichprobe soll bei Grundgesamtheit widerspiegeln):

20% von 4  $\rightarrow 4 \cdot 0.2 = 0.8 =$  Erwartungswert von  $X (=n \cdot p) = 4 \cdot 0.2 = 0.8$  gelbe Zwiebel

**Es gilt: In der Umgebung von  $\mu$  (bzw. beim Erwartungswert  $\mu$  selbst) ist die Wahrscheinlichkeit am größten!**

Nächst gelegener Wert von 0.8 ist  $X=1$ :  $f(1)=P(X=1)=0.4096$

4) Einzelexperiment: .....

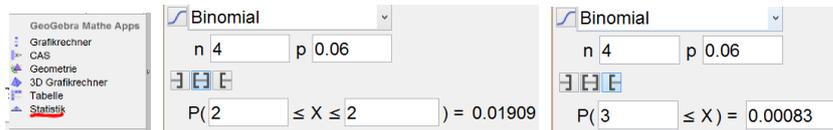
Erfolg: .....  $p=0.06$

ZFE: .....  $n$  je nach Aufgabe!

$X$  = .....

mit GG-TU

a)  $n=4$ :



(oder aus Tabelle)

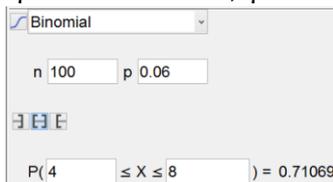
b)  $0.94^n = 0.1$    $0.94^n = 0.1$    $0.94^n = 0.1, n=1$   
 NLöse:  $\{n = 37.21325\}$   $n=38$

A: mindestens 38 Kontrollen, damit mit 90%-iger W. wenigstens 1 Schwarzfahrer erw. wird.

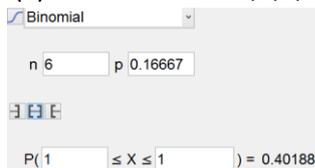
c)  $n=100$

$\mu = 6 \quad \sigma = 2.37487$

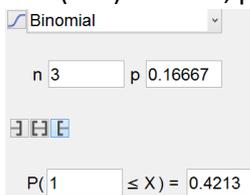
$\mu - \sigma = 3.625 \quad , \quad \mu + \sigma = 8.375 \rightarrow P(3.625 \leq X \leq 8.375) = P(4 \leq X \leq 8) = 0.710$



6) (a) Nein: z.B.: ZFE: 1,1,1,1,1,1  $B(6,1/6)$



(b)  $P(\text{höchstens 3x Würfeln, ein 6er}) = 1 - P(3x \text{ Würfeln, kein 6er}) = 1 - P(X=0)$  bei  $n=3, p=1/6 = P(1 \leq X \leq 3) = 0.4213$



oder ohne BinV.: 3 Äste addiert:  $1/6 + 5/6 \cdot 1/6 + 5/6 \cdot 5/6 \cdot 1/6$

(c)  $5/6 \cdot 5/6 \cdot 1/6 = 0.116$  keine Binomialverteilung! (1 Ast)